



## Definiciones

### Notación asintótica

Cuando analizamos algoritmos para instancias grandes de su entrada, de manera que sólo el orden de crecimiento sea relevante, decimos que hacemos un **análisis asintótico** de su eficiencia.

Para comparar la eficiencia de los algoritmos utilizamos una notación que permita capturar la noción intuitiva de orden de crecimiento.

Hay varias clases de funciones que capturan distintas propiedades. A continuación veremos las definiciones de las notaciones  $O$ ,  $\Omega$  y  $\Theta$ , que utilizaremos.

#### DEFINICIÓN 1 ( $O$ )

Sean  $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ . Decimos que  $f$  tiene orden de crecimiento  $O(g)$  (y escribimos  $f \in O(g)$ ), si existen constantes  $c \in \mathbb{R}$ ,  $n_0 \in \mathbb{N}$ , tales que:

$$\forall n \geq n_0 \quad \cdot \quad 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)$$

#### DEFINICIÓN 2 ( $\Omega$ )

Sean  $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ . Decimos que  $f$  tiene orden de crecimiento  $\Omega(g)$  (y escribimos  $f \in \Omega(g)$ ), si existen constantes  $c \in \mathbb{R}$ ,  $n_0 \in \mathbb{N}$ , tales que:

$$\forall n \geq n_0 \quad \cdot \quad 0 \leq c \cdot g(n) \leq f(n)$$

#### DEFINICIÓN 3 ( $\Theta$ )

Sean  $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ . Decimos que  $f$  tiene orden de crecimiento  $\Theta(g)$  (y escribimos  $f \in \Theta(g)$ ), si  $f \in O(g)$  y  $g \in O(f)$ .

### Pisos y techos

#### DEFINICIÓN 4 (Piso de $x$ )

Sea  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\lfloor x \rfloor = \max \{n \mid n \leq x, n \in \mathbb{Z}\}$

#### DEFINICIÓN 5 (Techo de $x$ )

Sea  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\lceil x \rceil = \min \{n \mid n \geq x, n \in \mathbb{Z}\}$

Para cualquier  $x \in \mathbb{R}$  se cumple que:

$$x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x \leq \lceil x \rceil < x + 1$$

### Logaritmo

Utilizaremos la siguiente notación:

$$\begin{aligned} \lg n &= \log_2 n \text{ (logaritmo en base 2)} \\ \ln n &= \log_e n \text{ (logaritmo natural)} \end{aligned}$$

Propiedades de logaritmo:

Sean  $a, b, x, y \in \mathbb{R}^+$ ,

$$\log_a (x.y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a x^n = n. \log_a x$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$$

$$\log_a (1/x) = -\log_a x$$

$$\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$$

## Exponenciales

Sea  $a \in \mathbb{R}^+$ ,

$$a^{-1} = 1/a$$

$$(a^m)^n = a^{m.n}$$

$$a^m . a^n = a^{m+n}$$

## Series

$$\sum_{k=0}^n a + b.k = (n + 1).(a + \frac{1}{2}.b.n)$$

$$\sum_{k=0}^n a.x^k = \frac{a-a.x^{n+1}}{1-x} \quad \text{para } x \neq 1$$

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n.(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n.(n+1).(2.n+1)}{6}$$