



Práctica 3: Completitud de la Lógica Proposicional

1. Completar la demostración de soundness con las reglas que faltaron hacer en clase.
2. Completar el caso de la disyunción y la negación en el Lema 7.
3. Demostrar que los Γ_n definidos en el Lema 4 son consistentes, para cualquier n .
4. Decidir cuáles de los siguientes conjuntos son consistentes:
 - I. $\{\neg p_1 \wedge p_2 \rightarrow p_0, p_1 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow p_2), p_0 \leftrightarrow \neg p_2\}$
 - II. $\{p_0 \rightarrow p_1, p_1 \rightarrow p_2, p_2 \rightarrow p_3, p_3 \rightarrow \neg p_0\}$
 - III. $\{p_0 \rightarrow p_1, p_0 \wedge p_2 \rightarrow p_1 \wedge p_3, p_0 \wedge p_2 \wedge p_4 \rightarrow p_1 \wedge p_3 \wedge p_5, \dots\}$
5. Demostrar que las siguientes proposiciones son equivalentes:
 - I. $\{\phi_1, \dots, \phi_n\}$ es consistente
 - II. $\not\vdash \neg(\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \dots \wedge \phi_n)$
 - III. $\not\vdash \phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \dots \wedge \phi_{n-1} \rightarrow \neg\phi_n$
6. Decimos que ϕ es independiente de Γ si $\Gamma \not\vdash \phi$ y $\Gamma \not\vdash \neg\phi$.
Demostrar que $p_1 \rightarrow p_2$ es independiente de $\{p_1 \leftrightarrow p_0 \wedge \neg p_2, p_2 \rightarrow p_0\}$.
7. Demostrar que un conjunto consistente Γ es maximalmente consistente si $\forall\phi$ se cumple que $\phi \in \Gamma$ o $\neg\phi \in \Gamma$.
8. Usando la definición inductiva de \vdash , demostrar que si $\Gamma \vdash \phi$ entonces existe Δ finito tal que $\Delta \vdash \phi$.